***Случайная величина*** -

**Генеральная совокупность X (сл. вел. X)** – множество возможных значений случайной величины X

**Закон распределения ген. сов. X** – закон распределения сл. вел. X

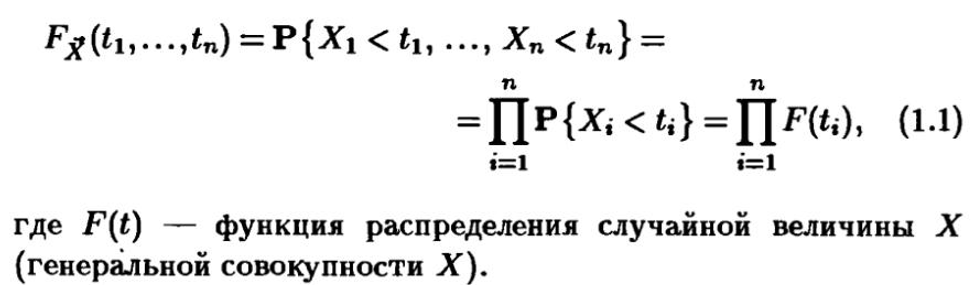
**Случайная выборка из ген. сов. X** – совокупность независимых сл. вел. , каждая из которых имеет то же распределение, что и сл. вел. X. Записывается

**Выборка из ген. сов. X (реализация сл. выборки )** – это любое возможное значение сл. выборки . Интерпретируется как результаты n независимых наблюдений над сл. величиной X.

**Выборочный метод** – свойства сл. вел. X устанавливаются путем изучения тех же свойств на случайной выборке.

**Выборочное пространство** - \chi \_n – множество значений сл. выборки .

Как выражается функция распределения сл. выборки через функцию распределения генеральной совокупности (т.е. через ф-цию распр. X).



стр 21. *Статистическая модель* – выборочное пространство, на котором задан класс распределений сл. выборки (если мы знаем тип функции распределения, но не знаем ее параметры).

*Параметрическая модель*

**Статистика (выборочная характеристика)** – любая функция случайной выборки – она является случайной величиной с распределением, называемым **выборочным распределением**

**Выборочное распределение** выборочной характеристики

**Выборочное значение** выборочной характеристики – значение выборочной характеристики , определенное по реализации случайной выборки .

стр. 24 ***Сходимость по вероятности***

***Сходимость по распределению (слабая)***

**Задачи мат. статистики:** оценка неизв. параметров, проверка стат. гипотез, установление формы и степени связи между сл. вел.

**Два подхода к оценке неизвестный параметров функции распределения генеральной совокупности** – точечная оценка и интервальная оценка.

**Точечная оценка** (или просто **оценка**) неизвестного параметра ф-ции распр. генеральной совокупности – это статистка (функция) , выборочное значение которой для любой реализации принимают за приближенное значение неизвестного параметра .

**Значение точечной оценки** - .

**Интервальная оценка** с коэффициентом доверия неизвестного параметра ф-ции распр. генеральной совокупности – это пара статистик (функций) и таких, что с вероятностью выполняется неравенство (то есть таких, что ).

**Доверительный интервал для с коэффициентом доверия**  - .

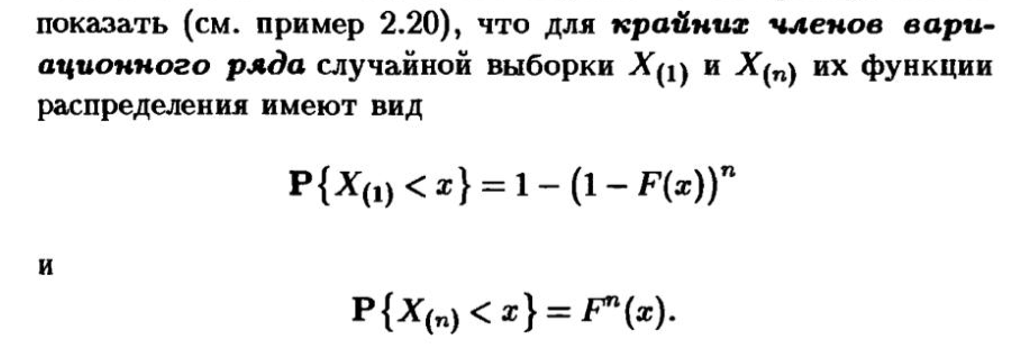
**Статистическая гипотеза** – любое предположение о распределении вероятностей (о вероятностных свойствах) наблюдаемой сл.вел. (гипотеза о величине м.о., об однородности (т.е. равенстве) дисперсий, о виде распределения и т.д.).

*Корреляционный* и *дисперсионный* анализ – наличие связи между величинами и ее существенность. *Регрессионный* анализ – построение регрессионной модели (т.е. зависимости ср. знач. сл. величины от знач. других сл. величин).

**Вариационный ряд выборки ­** – упорядоченная последовательность элементов выборки .

**Вариационный ряд случайной выборки ­** – последовательность случайных величин , где – сл. величина, которая при каждой реализации случайной выборки принимает значение, равное i-му члену вариационного ряда выборки .

***Функции распр. крайних членов вариационного ряда ()***. Вывод



**Статистический ряд** – таблица, которая в первой строчке содержит уникальные отсортированные значения элементов выборки, а во второй – количество их повторений.

**Частота** – количество раз, которое встречается элемент в выборке.

**Относительная частота (частость)** – отношение частоты значения элемента выборке к общему количеству элементов в выборке.

**Интервальный статистический ряд** – отрезок, содержащий все значения выборки, делят на равные части и составляют статистический ряд, в котором количество элементов подсчитывается на интервале.

**Оптимальное число интервалов** для гистограммы – по правилу Стёрджеса – .

Стр 32 **Выборочная функция распределения**

**Эмпирическая функция распределения**

**Теоретическая функция распределения**

**Эмпирич. плотность распр.**

**Гистограмма, Полигон частот**

**Выборочные числовые моменты**

**Теоретические (генеральные) числовые характеристики**

**Выборочный начальный момент k-го порядка,**

**Выборочный центральный момент k-го порядка**

**Выборочное среднее, Выборочная дисперсия,**

**Выборочное ср/квадр. отклонение**

**Выборочный корреляционный момент,**

**Выборочный коэффициент корреляции**

**Кор. момент выборки,**

**Коэф. кор. выборки**

из лабы 1 **Коэффициент вариации**

**Стандартное отклонение**

**Стандартизованная асимметрия**

**Стандартизованный эксцесс**

**! Актуальные критерии нормальности распределения (асимметрия и эксцесс и что-то еще?)**

из лабы 2 **Состоятельность оценки**

**Состоятельная оценка** – это точечная оценка, которая при увеличении объема выборки сходится по вероятности к оцениваемому параметру.

**Несмещенная оценка** – это точечная оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру.

**Эффективная оценка** – это точечная оценка, дисперсия которой меньше дисперсии любой другой оценки данного параметра, т.е. наиболее эффективной считают ту из нескольких возможных несмещенных оценок, которая имеет наименьшую дисперсию.

*Требование несмещенности на практике не всегда целесообразно, так как оценка с небольшим смещением и малой дисперсией может оказаться предпочтительнее несмещенной оценки с большой дисперсией. На практике не всегда удается удовлетворить одновременно все три этих требования, однако выбору оценки должен предшествовать ее критический анализ со всех перечисленных точек зрения.*

**! Правила для определения достаточного объема выборки**

**Законы больших чисел**

**Теорема Бернулли – закон больших чисел** <https://studopedia.ru/12_163342_reshenie.html>

При неограниченном увеличении числа однородных независимых опытов частота события будет сколь угодно мало отличаться от вероятности события в отдельном опыте.

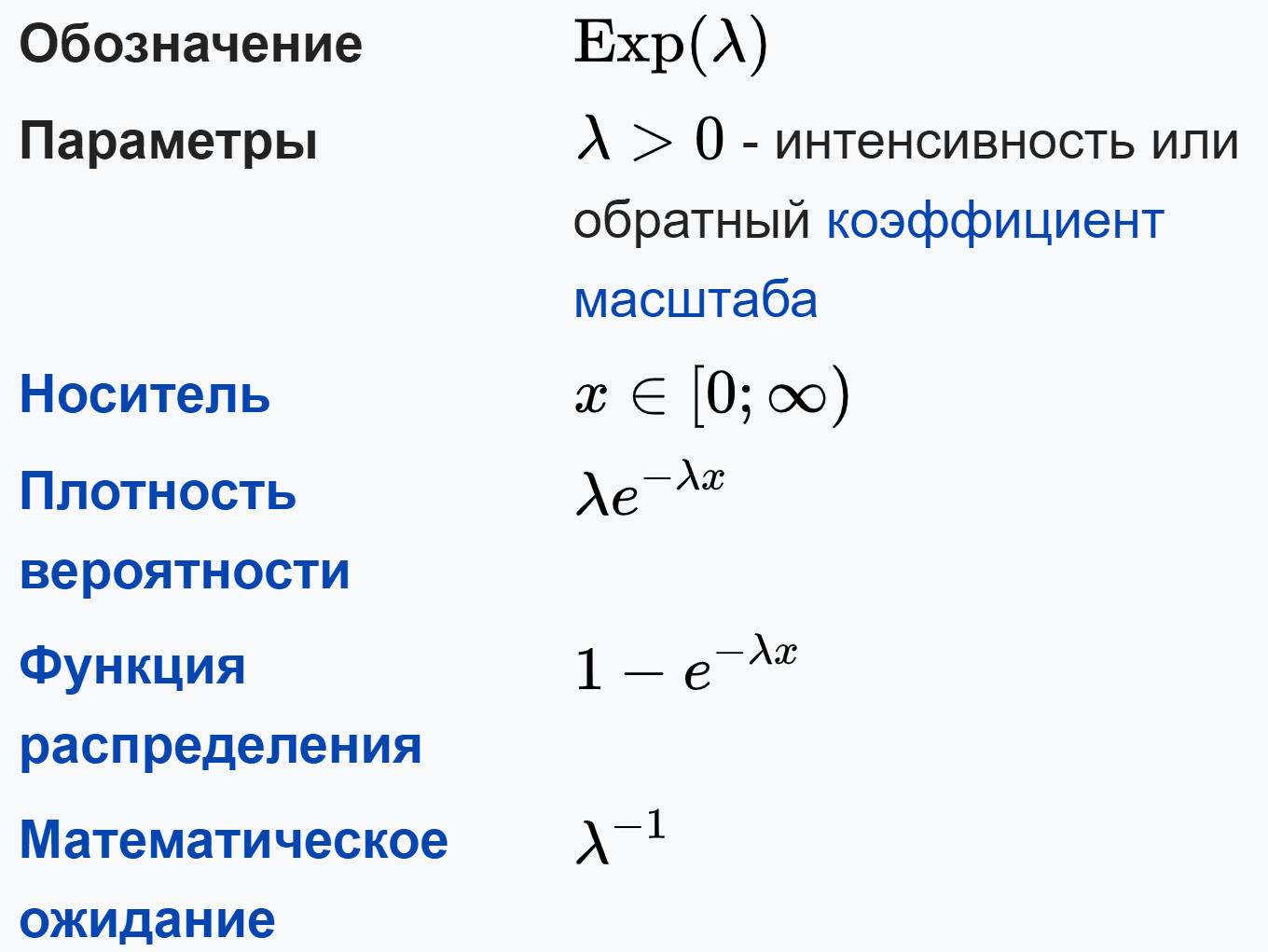
Иначе, вероятность того, что отклонение относительной частоты m/n наступления события А от постоянной вероятности p события А очень мало при n -> +oo, стремится к 1 при любом eps > 0

https://lh3.googleusercontent.com/wSw55d86wUTdlhc8RXc639KPHUWehkZvmiYL9f29qm31PEPxVOvAr5OEmcZjF_2peUUgg7YJ3StgOW9oeoFhXCMMvf19Cu252htRKipVDBmV-UUkauKYNzy9FlyjcmBkDssLXLw6

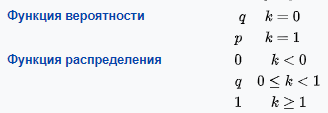
**Геометрическое распределение** - распределение вероятностей случайной величины равной количеству «неудач» до первого «успеха» в серии испытаний Бернулли и принимающей значения либо распределение вероятностей случайной величины равной номеру первого «успеха» и принимающей значения .



**Экспоненциальное распределение** - абсолютно непрерывное распределение, моделирующее время между двумя последовательными свершениями одного и того же события.

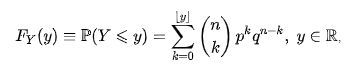
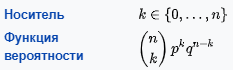


**Распределение Бернулли** – дискретное распределение вероятностей, моделирующее случайный эксперимент произвольной природы, при заранее известной вероятности успеха () или неудачи ().



**Биномиальное распределение** - распределение количества «успехов» в последовательности из n независимых случайных экспериментов, таких, что вероятность «успеха» в каждом из них постоянна и равна .

Пусть - конечная последовательность независимых случайных величин, имеющих одинаковое распределение Бернулли с параметром . Тогда сл. вел. имеет биномиальное распределение с параметрами и . .

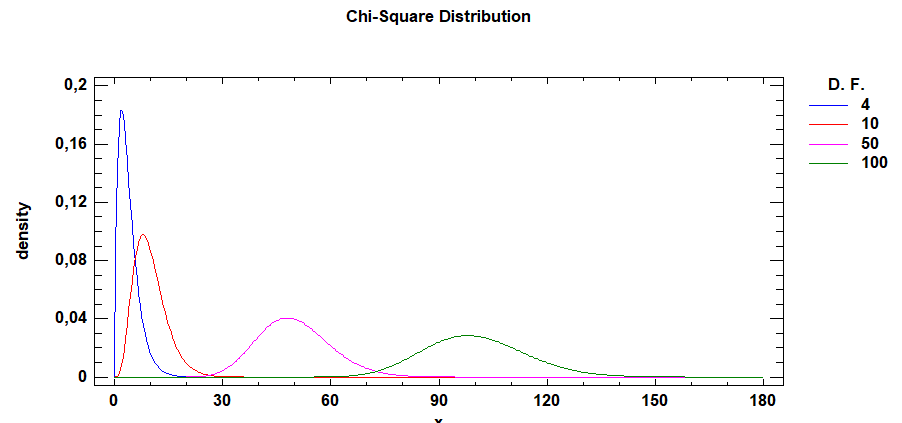


**Распределение Пуассона** – вероятностное распределение дискретного типа, моделирует случайную величину, представляющую собой число событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью и независимо друг от друга. , где – м.о.

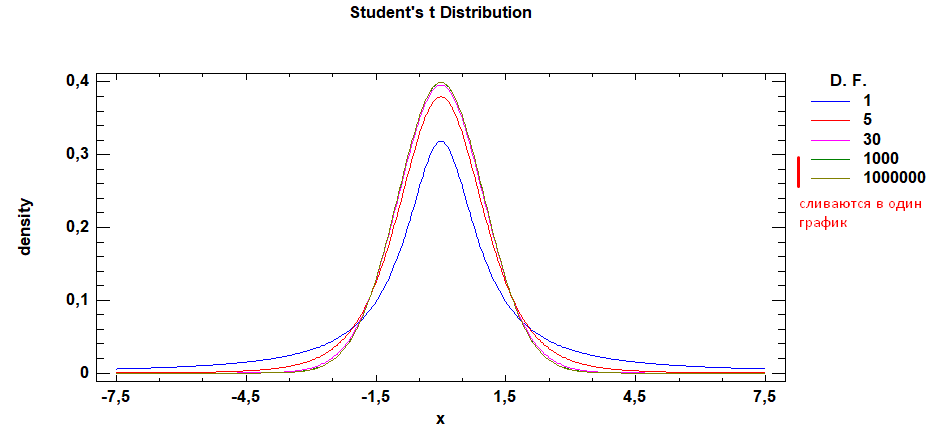
Функция вероятности Функция распределения .

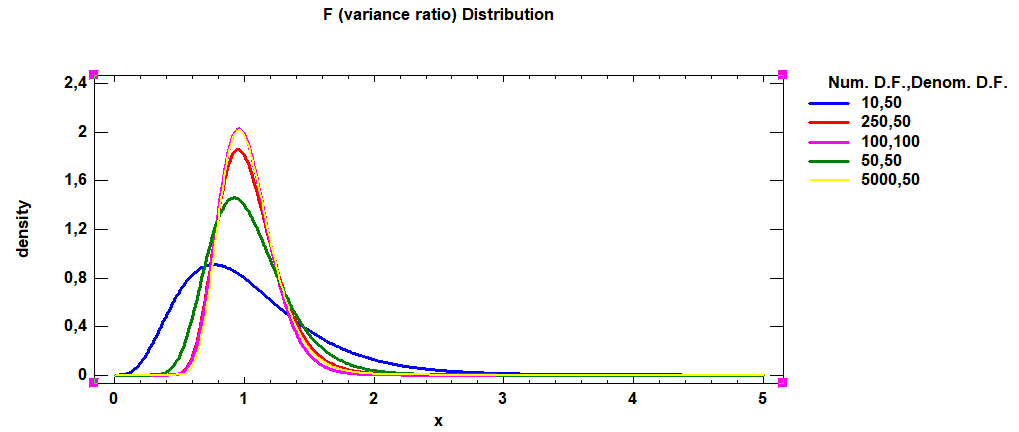
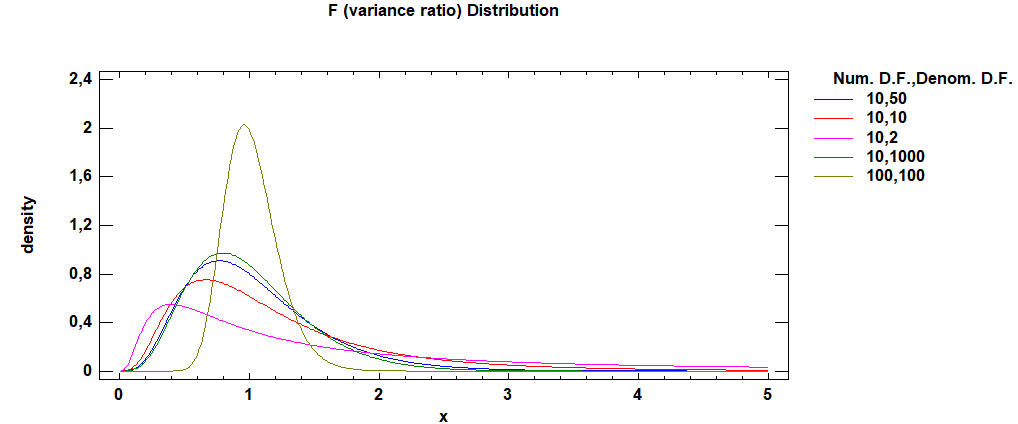
**Распределение (Chi-Squared)** с степенями свободы — это распределение суммы квадратов независимых стандартных нормальных случайных величин.

Пусть – совместно независимые стандартные нормальные случайные величины, то есть . Тогда случайная величина имеет распределение хи-квадрат с степенями свободы, т.е. .

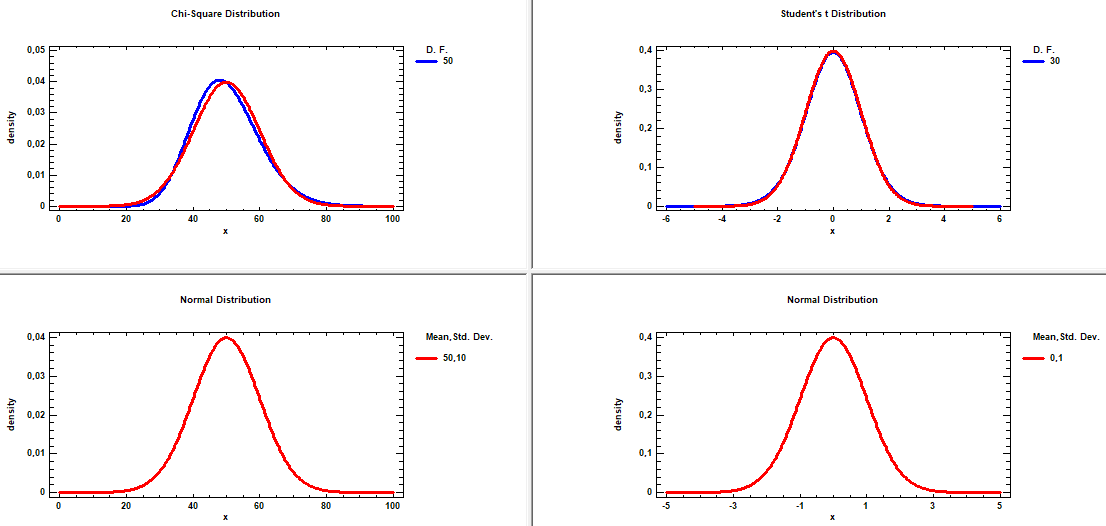
**Распределение Стьюдента (Student’s t)** – это однопараметрическое семейство абсолютно непрерывных распределений. Пусть – конечная последовательность независимых стандартных нормальных случайных величин, т.е. . Тогда распределение сл. вел.

имеет распределение Стьюдента с степенями свободы. .

**Распределение Фишера F (Variance Ratio)** – это двухпараметрическое семейство абсолютно непрерывных распределений. Пусть  — две независимые случайные величины, имеющие распределение хи-квадрат: , где . Тогда распределение случайной величины

называется распределением Фишера со степенями свободы и . Пишут 

**Асимптотическая нормальность распределений Стьюдента и**  – , а при .

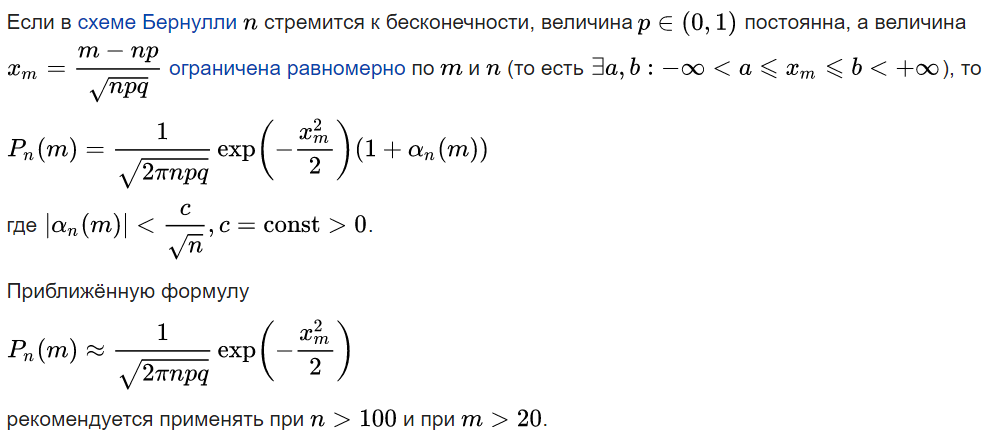


Bin(0.5, 100), Bin(0.01, 100), Bin(0.99, 100)

А) Для какой из выборок гистограмма «похожа» на нормальную кривую? Почему это можно было ожидать (вспомните предельные теоремы из теории вероятностей (какую???).

Б) На какое распределение должна быть «похожа» гистограмма для второго распределения? Наложите это распределение на гистограмму.

В) Почему нормальная аппроксимация дает плохой результат для третьей выборки?

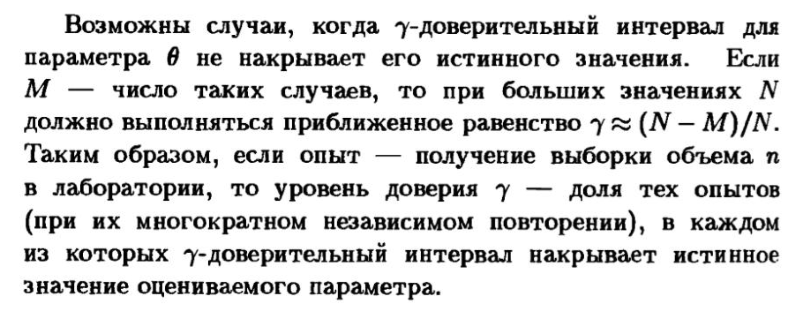
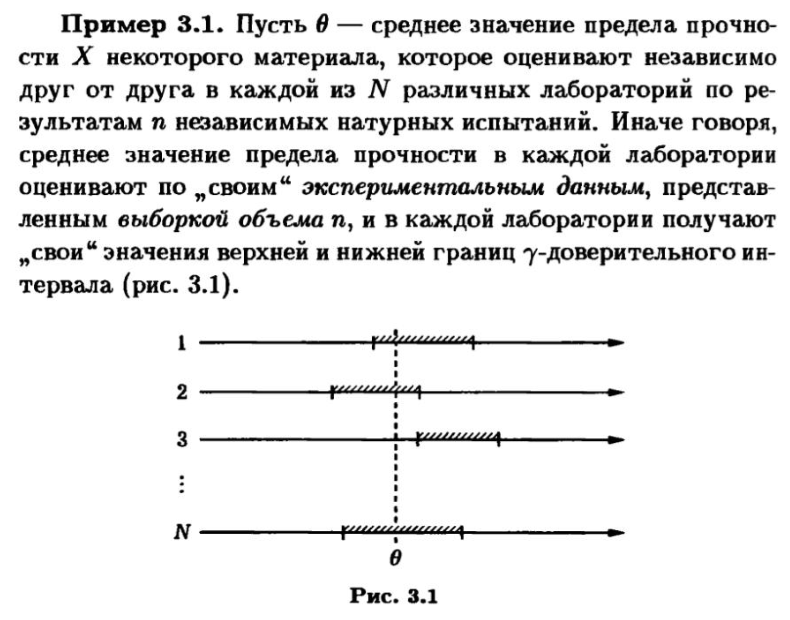
**Локальная теорема Муавра — Лапласа**

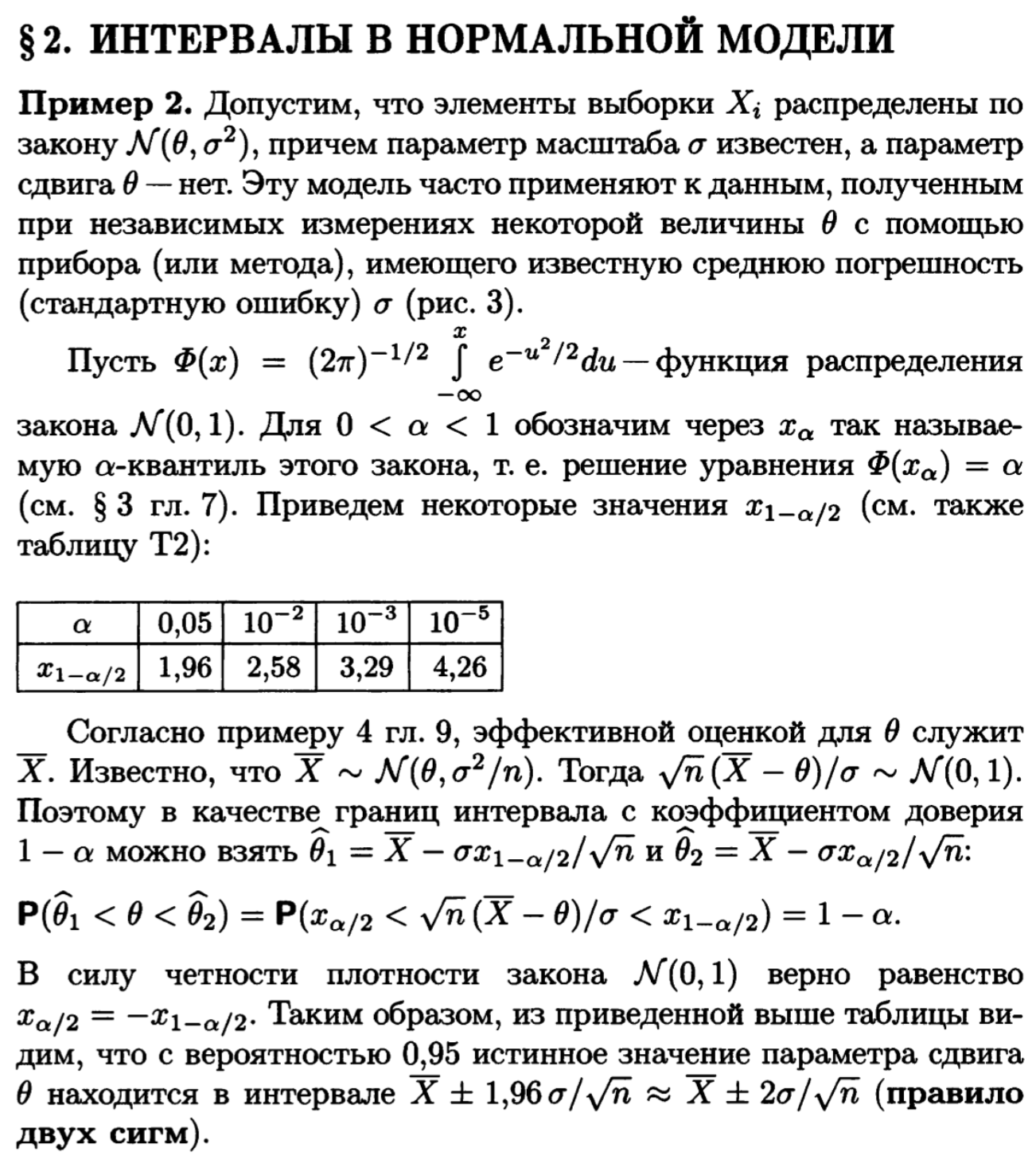
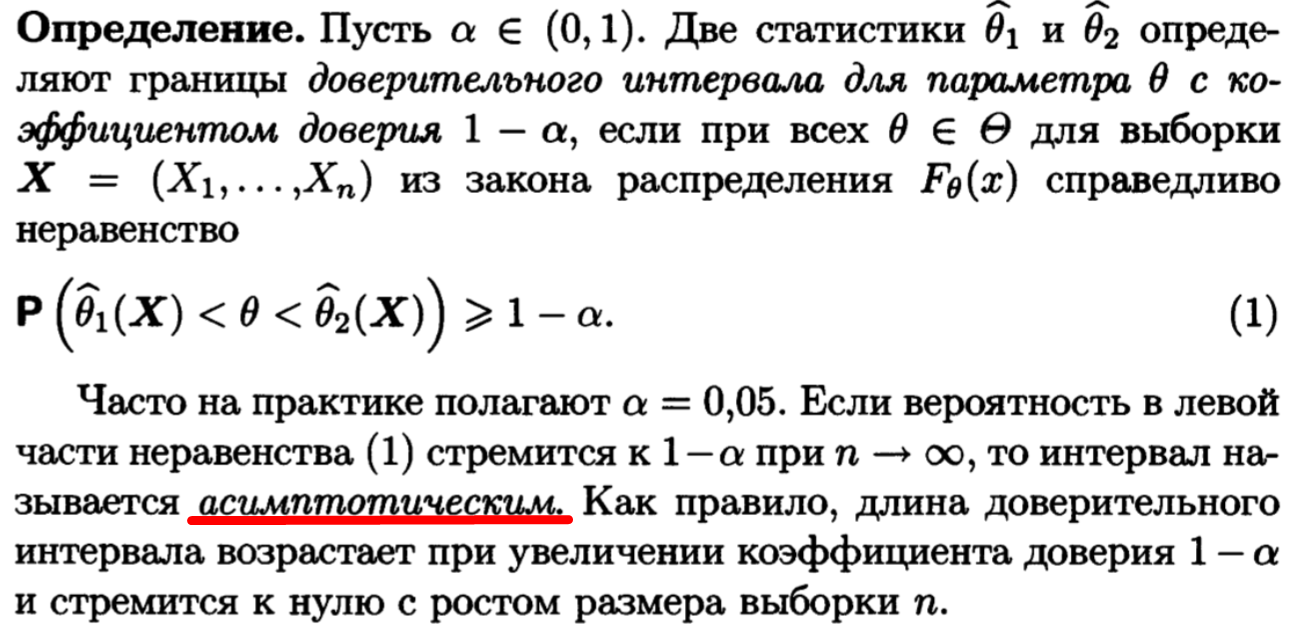
**-доверительная интервальная оценка** – .

**Нижняя и верхняя границы** интервальной оценки - пара статистик (функций) и .

Коэффициент доверия (доверительная вероятность, уровень доверия).

**Односторонняя нижняя (и соответственно верхняя) – доверительная граница** – , когда .

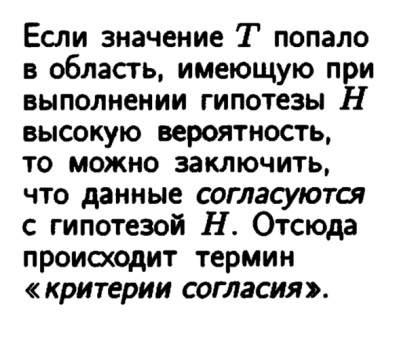




**Статистический критерий** – правило, позволяющее принять или отвергнуть гипотезу H на основе реализации выборки .

или *Статистическим критерием (статистикой критерия) называют случайную величину, которая служит для проверки гипотезы.*

**Статистика критерия** – – статистика (функция), для которой типично принимать умеренные значения в случае, когда гипотеза H верна, и большие (малые), когда H не выполняется.

**Уровень значимости** – – вероятность, с которой мы можем позволить себе отвергнуть верную гипотезу (вероятность ошибочного отклонения правильной гипотезы,).

**Схема**

Берем – статистика (какая-то функция),   
 – реализация выборки (данные эксперимента).

Делаем гипотезу H, выбираем приемлемый уровень значимости.

Если H – верна, то у нас есть определенные ожидания от значения T.

Мы находим , такое, что , то есть – это максимальное значение для функции T такое, что её вероятность быть больше этого значения «равна» (точнее не больше , то есть маленькая). Потом вычисляем реальное и смотрим, ? (что более ожидаемо при выполнении H) или нет?

**Критическое значение** – – значение статистики критерия , при превышении которого мы должны отвергнуть гипотезу (так как по факту произошло маловероятное событие и наше предположение, наша гипотеза, скорее всего, не верна).

**Фактический уровень значимости** – – вероятность, с которой значение статистики может превысить ее фактическое значение на данной реализации случайной выборки .

**Статистической** называют гипотезу о виде неизвестного распределения или о параметрах известного распределения.

Статистическая гипотеза называется **простой**, если она содержит только одно предположение, т.е. если ей соответствует одно распределение или одна точка пространства параметров. Гипотеза называется **сложной**, если она сводится к выбору какого-либо распределения из целого множества или выбору точки из интервала конечного или бесконечного.

**Параметрическая гипотеза** – гипотеза, в которой сформулированы предположения относительно значений параметров функции распределения известного вида **(гипотеза о параметре распределения)**

**Непараметрическая гипотеза**

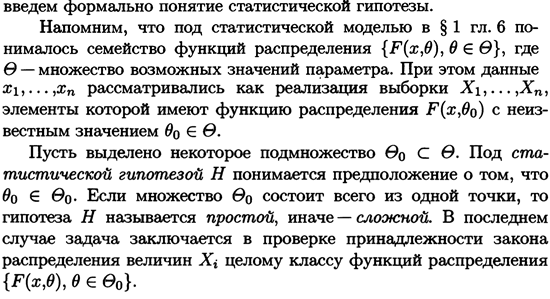
**Нулевой (основной) гипотезой** называют выдвинутую гипотезу H0, обычно утверждающую, что различие между сравниваемыми величинами отсутствует, а наблюдаемые отклонения объясняются лишь случайными колебаниями выборки.

**Альтернативной (конкурирующей) гипотезой** называют гипотезу H1 , которая противоречит нулевой.

**Простая** параметрическая гипотеза – гипотеза, которая содержит только одно предположение относительно параметра (например, если а – математическое ожидание нормально распределенной случайной величины, то гипотеза H0: a = 0 – простая).

**Сложная** параметрическая гипотеза – гипотеза, которая состоит из конечного или бесконечного числа простых гипотез (например, если а – математическое ожидание нормально распределенной случайной величины, то гипотеза H0: a > 0,5 – сложная).

**Статистическая гипотеза, Простая гипотеза, Сложная гипотеза**

****

**Двусторонняя гипотеза**

**Односторонняя**

**Ошибка первого рода –** «ложная тревога» (англ. type I errors, α-errors, false positive) – отказ от верной нулевой гипотезы.

**Ошибка второго рода –** «пропуск цели» (англ. type II errors, β-errors, false negative) – приятие неверной нулевой гипотезы.(Вероятность ошибки второго рода обозначается , отсюда -errors).

**Критическая область** - совокупность значений статистики критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

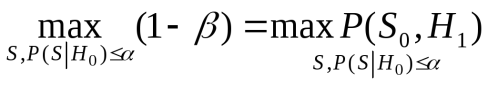
**Критические точки** - точки, отделяющие критические области от области принятия гипотезы.

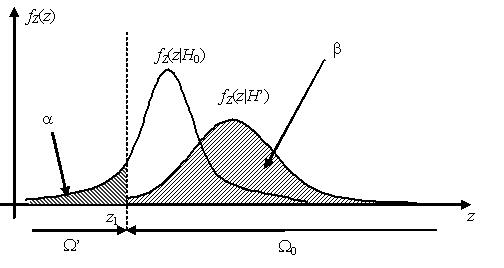
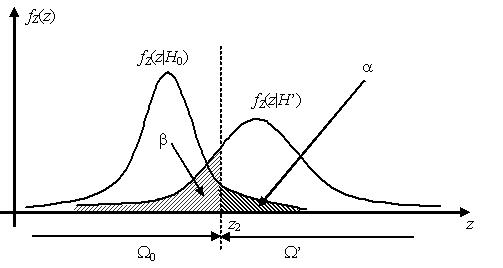
**Область принятия гипотезы (область допустимых значений)** - совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу принимают.

**Уровень значимости (еще раз)** - вероятность совершить ошибку первого рода (-error), т.е. отвергнуть верную нулевую гипотезу.

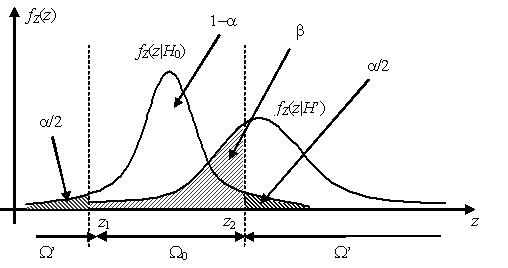
<http://datalearning.ru/index.php/textbook?cid=1&mid=3&topic=0>

**Мощность критерия –** вероятность **не** совершить ошибку второго рода . Вероятность https://studfile.net/html/2706/392/html_jAnvLfvBwa.icvO/img-auKG38.pngпопадания точки (выборки) в критическое множество (критическую область S) при верной альтернативной гипотезе H1 = -H0. Таким образом, чем выше мощность, тем меньше вероятность принять неверную нулевую гипотезу (т.е. совершить ошибку второго рода).

Основным (хорошим) свойством статистического критерия должна быть минимальность ошибки второго рода при фиксированной ошибке первого рода. Так как https://studfile.net/html/2706/392/html_jAnvLfvBwa.icvO/img-auKG38.png, то при βmin, вероятность отвергнуть основную гипотезу, если верна конкурирующая, будет максимальной. Т.е. если , то S0 – **наилучшая критическая область** (НКО).

**Наилучшая критическая область (область принятия решений).**

**Различные варианты выбора критической области**

*Наилучшей критической областью* (*НКО*) называют критическую область, которая при заданном уровне значимости обеспечивает минимальную вероятность β ошибки второго рода. Критерий, использующий наилучшую критическую область, имеет максимальную мощность.

**Распределения вероятностей статистики критерия ­Z при условии истинности основной и альтернативной гипотез**

**Статистическая значимость** какого-либо значения <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B8%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C>

Величину (значение) переменной называют **статистически значимой**, если мала вероятность случайного возникновения этой или ещё более крайних величин. Здесь под крайностью понимается степень отклонения тестовой статистики от нуль-гипотезы.

**Разница** называется **статистически значимой**, если появление имеющихся данных (или ещё более крайних данных) было бы маловероятно, если предположить, что эта разница отсутствует; это выражение не означает, что данная разница должна быть велика, важна, или значима в общем смысле этого слова.

### Непараметрические критерии – статистические критерии, которые не включают в расчёт параметры вероятностного распределения и основаны на оперировании частотами или рангами.

* [Q-критерий Розенбаума](https://ru.wikipedia.org/wiki/Q-%D0%BA%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%A0%D0%BE%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D0%B1%D0%B0%D1%83%D0%BC%D0%B0)
* [U-критерий Манна — Уитни](https://ru.wikipedia.org/wiki/U-%D0%BA%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%9C%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D0%B0-%D0%A3%D0%B8%D1%82%D0%BD%D0%B8)
* [Критерий Уилкоксона](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%A3%D0%B8%D0%BB%D0%BA%D0%BE%D0%BA%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0)
* [Критерий Пирсона](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%9F%D0%B8%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0)
* [Критерий Колмогорова — Смирнова](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BE%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D1%81%D0%B8%D1%8F_%D0%9A%D0%BE%D0%BB%D0%BC%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0)

### Параметрические критерии – статистические критерии, которые включают в расчет параметры вероятностного распределения признака (средние и дисперсии).

* [t-критерий Стьюдента](https://ru.wikipedia.org/wiki/T-%D0%BA%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%A1%D1%82%D1%8C%D1%8E%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0)
* [Критерий Фишера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%A4%D0%B8%D1%88%D0%B5%D1%80%D0%B0)
* [Критерий отношения правдоподобия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%BF_%D0%BC%D0%B0%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B4%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D1%8F)
* [Критерий Романовского](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%A0%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE&action=edit&redlink=1)

**Критерии значимости**: проверка на значимость предполагает проверку гипотезы о численных значениях известного закона распределения: — нулевая гипотеза. или — конкурирующая гипотеза.

**Критерии согласия –** критерии проверки гипотез о типе распределения генеральной совокупности (о соответствии эмпирического распределения теоретическому закону распределения).

**Критерии проверки на однородность:** при проверке на однородность случайные величины исследуются на факт значимости различия их законов распределения (т.е. проверки того, подчиняются ли эти величины одному и тому же закону). Используются в факторном анализе для определения наличия зависимостей.

**Критерии значимости**

*Обратите внимание на величину разности между и m0 и на то, как это повлияло на результаты проверки гипотез, а также на то, что в некоторых случаях результат проверки основной гипотезы зависит от вида альтернативной.*

*Как зависит частость ошибки второго рода от вероятности ошибки первого рода ()?*

**Критерий Стьюдента**

**Критерий Фишера**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Выборочное среднее** | **Не равно** |  | **Меньше** |  | **Больше** |  |
| **1** | -0,073131 | **+** |  | **+** |  | **+** |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  |

**Критерии согласия**

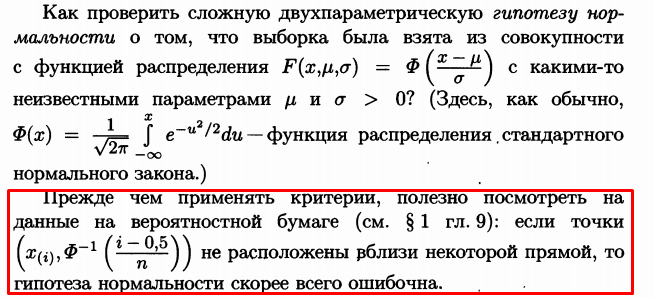
**Критерии согласия –** критерии проверки гипотез о типе распределения генеральной совокупности (о соответствии эмпирического распределения теоретическому закону распределения).

1. [Критерий Пирсона](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BE%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D1%81%D0%B8%D1%8F_%D0%9F%D0%B8%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0)
2. [Критерий Колмогорова](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BE%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D1%81%D0%B8%D1%8F_%D0%9A%D0%BE%D0%BB%D0%BC%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0)
3. [Критерий Андерсона — Дарлинга](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%90%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0-%D0%94%D0%B0%D1%80%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B0)
4. [Критерий Крамера — Мизеса — Смирнова](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%9A%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B0_%E2%80%94_%D0%9C%D0%B8%D0%B7%D0%B5%D1%81%D0%B0_%E2%80%94_%D0%A1%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B0)
5. [Критерий согласия Купера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BE%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D1%81%D0%B8%D1%8F_%D0%9A%D1%83%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0)
6. [Z-тест](https://ru.wikipedia.org/wiki/Z-%D1%82%D0%B5%D1%81%D1%82)
7. [Тест Харке — Бера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%81%D1%82_%D0%A5%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%B5_%E2%80%94_%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%B0)
8. [Критерий Шапиро — Уилка](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%A8%D0%B0%D0%BF%D0%B8%D1%80%D0%BE_%E2%80%94_%D0%A3%D0%B8%D0%BB%D0%BA%D0%B0&action=edit&redlink=1) ([англ.](https://en.wikipedia.org/wiki/Shapiro-Wilk_test))
9. [График нормальности](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA_%D0%BD%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8&action=edit&redlink=1) ([англ.](https://en.wikipedia.org/wiki/Rankit))

**Общие критерии согласия** – применимы к самой общей формулировке гипотезы, а именно к гипотезе о согласии наблюдаемых результатов с любым априорно предполагаемым распределением вероятностей.

**Специальные критерии согласия** – предполагают специальные нулевые гипотезы, формулирующие согласие с определенной формой распределения вероятностей.

**Критериями согласия** называют критерии, предназначенные для проверки простой гипотезы при сложной альтернативе . Мы рассмотрим более широкий класс основных гипотез, включающий и сложные гипотезы, а критериями согласия будем называть любые критерии, устроенные по одному и тому же принципу. А именно, пусть задана некоторая ***функция отклонения*** эмпирического распределения от теоретического, распределение которой существенно разнится в зависимости от того, верна или нет основная гипотеза. Критерии согласия принимают или отвергают основную гипотезу исходя из величины этой функции отклонения.



**Глазомерный метод проверки нормальности**

в основе этого метода лежит тот факт, что случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке [0;1]; подумайте, как это использовать

**Критерий Шапиро-Уилка** проверки нормальности: сильный критерий

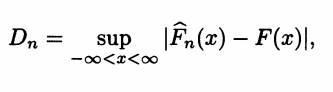
*Критерий Шапиро-Уилка основан на оптимальной линейной*[*несмещённой оценке*](http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%9D%D0%B5%D1%81%D0%BC%D0%B5%D1%89%D1%91%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%B0)*дисперсии к её обычной оценке методом максимального правдоподобия.*

*Статистика критерия имеет вид:*

*W=\frac{1}{s^2}\left[\sum_{i=1}^n a_{n-i+1} (x_{n-i+1} -x_i)\right]^2, где s^2=\sum_{i=1}^n (x_i -\overline{x})^2, \overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i.*

*Числитель является квадратом оценки среднеквадратического отклонения Ллойда. Коэффициенты a_{n-i+1} берутся из таблиц.  Критические значения статистики W(\alpha) также находятся таблично. Если W<W(\alpha), то нулевая гипотеза о нормальности распределения отклоняется при уровне значимости \alpha.. Критерий Шапиро-Уилка является очень мощным критерием для проверки нормальности, но, к сожалению, при больших значениях n \;(n>100) таблицы коэффициентов a_{n-i+1} становятся неудобными.*

**Тест Колмогорова-Смирнова для проверки нормальности**

**Критерий Колмогорова: (пример задачи на странице 175)**\begin{displaymath}
\rho({\mathbf X})=\sqrt{n}\,\sup\limits_y \lvert F_n^*(y)-F_1(y)\rvert.\end{displaymath}

**Функция отклонения**

*[lambda  = frac{D}{{sqrt n }} = frac{{left| {55 - 61,63 } right|}}{{sqrt {125} }} = frac{{6.63}}{{sqrt {125} }} = 0.59]***n>50 Таблица** *Критерий согласия Колмогорова (λ) определяется путем деления модуля****max*** *разности между эмпирическими и теоретическими кумулятивными частотами на корень квадратный из числа наблюдений:*

*По специальной таблице вероятности для критерия согласия λ определяем, что значению λ=0,59 соответствует вероятность 0,88 (λ).*

**Критерий согласия Пирсона χ2**

Критерий согласия Пирсона используется, если объем совокупности достаточно велик (N>50), при этом, частота каждой группы должна быть не менее 5.

**Критерий согласия Пирсона χ2**  – один из основных, который можно представить как сумму отношений квадратов расхождений между теоретическими (fТ) и эмпирическими (f) частотами к теоретическим частотам:

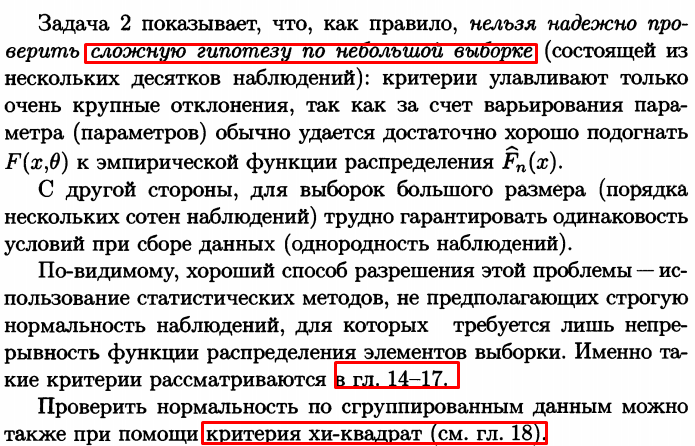
* [{chi ^2} = sumlimits_{i = 1}^k {frac{{{{left( {{f_i} - {f_T}} right)}^2}}}{{{f_T}}}} ]k – число групп, на которые разбито эмпирическое распределение,
* fi – наблюдаемая частота признака в i-й группе,
* fT – теоретическая частота.

При вычислении теоретических частот их параметры вычисляются по выборке (например, и в норм. распр. используются выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонение).

Заметим, что малочисленные частоты (n\_i < 5) следует объединить. В этом случае и соответствующие им теоретические частоты тоже надо сложить. При условии объединения частот, для определения числа степеней свободы следует взять число групп выборки, оставшихся после объединения частот.

Для распределения χ2 составлены таблицы, где указано [критическое значение критерия согласия χ2](https://helpstat.ru/statisticheskie-tablitsyi/kriticheskie-tochki-2-raspredeleniya/) для выбранного уровня значимости α и степеней свободы df (или ν).

Число степеней свободы df определяется как число групп в ряду распределения минус число связей: .  Под числом связей понимается число показателей эмпирического ряда, использованных при вычислении теоретических частот, т.е. показателей, связывающих эмпирические и теоретические частоты. Например, при выравнивании по кривой нормального распределения имеется три связи. Поэтому при выравнивании по **кривой нормального распределения** число степеней свободы определяется как . Для оценки существенности, расчетное значение сравнивается с табличным χ2табл.

**стр170** 

**Критерии однородности**

**Критерии проверки на однородность:** при проверке на однородность случайные величины исследуются на факт значимости различия их законов распределения (т.е. проверки того, подчиняются ли эти величины одному и тому же закону). Используются в факторном анализе для определения наличия зависимостей.

**Парные (зависимые) наблюдения** – две выборки представляют собой пары наблюдений (измерений) одного и того же объекта до и после какого-либо воздействия на него. Данные должны быть организованы в виде двух столбцов. В одном столбце содержатся «первые» измерение каждого объекта, во втором столбце - «второе» измерение пары.

Предполагается, что воздействие может повлиять на признаки, сдвинув их средние значения в большую или в меньшую сторону, и это необходимо проверить. Вначале признаки объектов принимают значения x\_i ,после воздействия – значения y\_i .Такие наблюдения называют парными. Вычисляем их разности . По наблюдениям d\_1, d\_2, ..., d\_n проверяем гипотезу о равенстве нулю генерального среднего (H0:a\_d=0) при неизвестной дисперсии  . При этом предполагают, что случайные изменения признаков распределены нормально.

**Парные/непарные наблюдения/критерии**

**Независимые (непарные) наблюдения**

Двухвыборочный критерий Стьюдента (t–тест) для проверки равенства средних двух выборок

Двухвыборочный критерий Фишера (F–тест) для проверки равенства дисперсий двух выборок

**Cлишком маленький объем выборки (например, 10) для того чтобы говорить о проверки нормальности**

**Если у нас есть сомнения в нормальности рассматриваемых величин, особенно если мы работаем с малыми выборками** **можно воспользоваться одним из непараметрических критериев — критерием Уилкоксона (Манна-Уитни)**

**Критерий Уилкоксона (Манна-Уитни) W-test для проверки равенства медиан**

**Критерий Колмогорова-Смирнова для проверки однородности**

**Критерий знаков**

**Критерий знаковых ранговых сумм**

*Сравнение нескольких выборок*

**Таблица сопряженности** – таблица частот (?)

